MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

EDITAL N.º 03/2020-PPGF/UFPI - Resultado da avaliação dos dois recursos apresentados pelos candidatos, em tempo, referente à correção da Prova Escrita do Processo Seletivo do Programa de Pós-Graduação em Física – Doutorado – 2021/1

SOBRE O RECURSO Nº 1:

O candidato de CPF *.***.513-93, solicita revisão com justificativa, de três itens de duas questões da prova de Mecânica Estatística e de um item de uma questão da prova de Mecânica Quântica.**

RESULTADO: PARCIALMENTE DEFERIDO

Em resposta ao **RECURSO Nº 1,** a Comissão de Seleção, após realizar a revisão solicitada, na resolução das questões da Prova Escrita enviadas ao *email* pgfisica@ufpi.edu.br, pelo **candidato de CPF ***.***.513-93,** julgou que a nota da Terceira Etapa: Mecânica Estatística, será acrescida em dois pontos (2,0), enquanto que a nota da primeira Etapa: Mecânica Quântica, permanece inalterada. **Concluindo, a nota da Prova Escrita do candidato de CPF ***.***.513-93, conforme o Edital 03 PPGF/UFPI, será alterada para (6,0+1,25+10,0)/3=5,75.**

SOBRE O RECURSO Nº 2:

O candidato de CPF *.***.443-87, solicita acesso à correção da prova e à pontuação das questões do referido processo seletivo.**

RESULTADO: DEFERIDO

Em resposta ao **RECURSO Nº 2,** eis o detalhamento realizado pela Comissão de Seleção, da correção e pontuação da resolução das questões da Prova Escrita enviadas ao *email* pgfisica@ufpi.edu.br, pelo **candidato de CPF ***.***.443-87**:

PRIMEIRA ETAPA: QUESTÕES DE MECÂNICA QUÂNTICA		
QUESTÃO	SOBRE A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO ENVIADA PELO CANDIDATO AO EMAIL: pgfisica@ufpi.edu.br	NOTA ATRIBUÍDA PELA COMISSÃO DE SELEÇÃO
Q1	O candidato entregou a resolução correta.	**2,5**
Q2	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**
Q3	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**
Q4	O candidato NÃO entregou a resolução. Apresentou apenas um resultado final, errado, do item a) da questão.	**0,0**

Q5	O candidato NÃO entregou resolução. Entregou apenas parte inicial do desenvolvimento do item a) da questão, tendo ficado distante do objetivo final deste item, que seria calcular os autovalores e autovetores da Hamiltoniana dada.	**0,5**

NOTA DA COMISSÃO DE SELEÇÃO PARA ESTA PRIMEIRA ETAPA: 3,0

SEGUNDA ETAPA: QUESTÕES DE ELETRODINÂMICA CLÁSSICA		
QUESTÃO	SOBRE A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO ENVIADA PELO CANDIDATO AO EMAIL: pgfisica@ufpi.edu.br	NOTA ATRIBUÍDA PELA COMISSÃO DE SELEÇÃO
Q1	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**
Q2	O candidato entregou a resolução correta, apenas do item a). No desenvolvimento apresentado pelo candidato para o item b), houve uma tentativa de generalização do potencial sobre o eixo z, para todo o espaço (x,y,z), partindo de uma hipótese errada.	**1,25**
Q3	O candidato entregou uma resolução errada para os dois items a) e b) da questão. Ele utilizou nos dois itens a Lei de Gauss de forma inadequada.	**0,0**
Q4	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**
Q5	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**

NOTA DA COMISSÃO DE SELEÇÃO PARA ESTA SEGUNDA ETAPA: 1,25

TERCEIRA ETAPA: QUESTÕES DE MECÂNICA ESTATÍSTICA		
QUESTÃO	SOBRE A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO ENVIADA PELO CANDIDATO AO EMAIL: pgfisica@ufpi.edu.br	NOTA ATRIBUÍDA PELA COMISSÃO DE SELEÇÃO
Q1	A questão solicitava que o candidato mostrasse como se deduz as expressões para a função de partição canônica (item a)) e densidade de energia interna (item b)) para um certo sistema físico. O candidato resolveu parcialmente, omitindo algumas etapas do cálculo, como pode ser constatado na resolução da questão, em anexo.	**1,87**
Q2	A questão solicitava que o candidato mostrasse como se deduz as expressões para a função de partição canônica (item a)) , a grande função de partição canônica (item b)), densidade de energia interna (item c)) e calor específico (item d)) para um certo sistema físico. O candidato resolveu parcialmente, omitindo algumas etapas do cálculo, como pode ser constatado na resolução da questão, em anexo.	**1,63**
Q3	O desenvolvimento dos cálculos apresentados pelo candidato não contempla, mesmo parcialmente, a resolução correta da questão, em anexo.	**0,0**
Q4	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**
Q5	O candidato NÃO entregou a resolução.	**0,0**

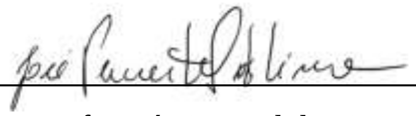
NOTA DA COMISSÃO DE SELEÇÃO PARA ESTA TERCEIRA ETAPA: 3,5

Concluindo, a nota da Prova Escrita do candidato de **CPF ***.***.443-87, conforme o Edital 03 PPGF/UFPI, é igual a (3,0+1,25+3,5)/3=2,58.**

Em anexo, nas próximas páginas, as resoluções das questões Q1, Q2 e Q3, da Terceira Etapa: Mecânica Estatística, para fins de esclarecimentos das etapas omitidas nas respostas apresentadas pelo candidato de CPF *.***.443-87.**

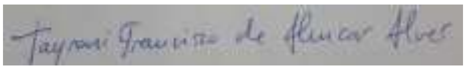
Teresina, 21 de dezembro de 2020.

Pela Comissão de Seleção:



Prof. José Pimentel de Lima
Presidente da Comissão de Seleção

Prof. Francisco Welington de Sousa Lima
Membro Titular da Comissão de Seleção



Prof. Tayroni Francisco de Alencar Alves
Membro Titular da Comissão de Seleção

Respostas

Q1 $E_n = \hbar\omega_0\left(n + \frac{1}{2}\right)$, $n = 1, 3, 5, 7, \ldots$

a)

$$E = \sum_{k=1}^{N} \hbar\omega_0\left(n_k + \frac{1}{2}\right) , \quad n_k = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

e

$$Z_1 = \sum_j e^{-\beta E_j}$$

$$Z_1 = \sum_{n=1,3,5,\ldots} e^{-\beta\hbar\omega_0\left(n + \frac{1}{2}\right)}$$

$$Z_1 = e^{-\beta\hbar\omega_0/2} \sum_n e^{-\beta\hbar\omega_0 n}$$

fazendo $\beta\hbar\omega_0 = x$, temos

$$Z_1 = e^{-\frac{x}{2}} \sum_n e^{-nx}$$

$$Z_1 = e^{-\frac{x}{2}} \Big(\underbrace{e^{-x} + e^{-3x} + e^{-5x} + \cdots}_{\text{Progressão geométrica}} \Big)$$

$$Z_1 = e^{-\frac{x}{2}} \frac{e^{-x}}{1 - e^{-2x}}$$

(02)

$$Z_1 = \frac{e^{-\frac{3x}{2}}}{1 - e^{-2x}}$$

$$Z_1 = \frac{e^{-3\beta\hbar\omega_0/2}}{1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0}}$$

$$Z = Z_1^{N}$$

$$\boxed{Z = \left(\frac{e^{-3\beta\hbar\omega_0/2}}{1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0}}\right)^{N}}$$

b) $$U = -\frac{1}{N}\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z \quad \therefore$$

$$U = -\frac{N}{N}\frac{\partial}{\partial\beta}\ln\left(\frac{e^{-3\beta\hbar\omega_0/2}}{1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0}}\right)$$

$$U = -\left[\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\ln e^{-3\beta\hbar\omega_0/2} - \ln(1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0})\right)\right]$$

$$U = -\left[\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\ln e^{-3\beta\hbar\omega_0/2}\right) - \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\ln(1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0})\right)\right]$$

$$U = -\left[\frac{\partial}{\partial\beta}\left(-3\beta\hbar\omega_0/2\right) - \frac{1 \times (-e^{-2\beta\hbar\omega_0})}{1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0}} \times (-2\hbar\omega_0)\right]$$

$$U = \frac{3}{2}\hbar\omega_0 + \frac{2\hbar\omega_0 e^{-2\beta\hbar\omega_0}}{1 - e^{-2\beta\hbar\omega_0}} \times \frac{e^{2\beta\hbar\omega_0}}{e^{2\beta\hbar\omega_0}}$$

$$U = \frac{3}{2}\hbar\omega_0 + \frac{2\hbar\omega_0}{e^{2\beta\hbar\omega_0} - 1} \quad \text{ou}$$

$$\boxed{U = \frac{3}{2}\hbar\omega_0 + \frac{2\hbar\omega_0}{e^{2\hbar\omega_0/k_BT} - 1}}$$

(Q2)

a) $H = \sum_{K=1}^{N} c\,|\vec{p}_K|$; podemos transformar o somatório em uma integral, fazendo

$$Z_1 = \int d^3p\, d^3q\, e^{-\beta c|\vec{p}|}$$

$$Z_1 = V\int e^{-\beta c|\vec{p}|}\, d^3p$$

mas $|\vec{p}| = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}$, então,

$$Z_1 = V\int e^{-\beta c(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)^{1/2}}\, dp_x\, dp_y\, dp_z$$

fazendo $r^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$

$$Z_1 = V\int e^{-\beta c r}\, \underbrace{r^2 \operatorname{sen}\theta\, dr\, d\theta\, d\phi}_{\text{Jacobiano (simetria esférica)}}$$

$$Z_1 = 4\pi V\int_0^{\infty} r^2 e^{-\beta c r}\, dr$$

a) fazendo $x = \beta c n \rightarrow n = \frac{x}{\beta c}$

$$dx = \beta c \, dn$$

$$dn = \frac{dx}{\beta c}$$

assim $Z_1 = 4\pi V \frac{1}{\beta c} \int_0^\infty \frac{x^2}{\beta^2 c^2} e^{-x} dx$

$$Z_1 = \frac{4\pi V}{c^3} (k_B T)^3 \underbrace{\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx}_{2}$$

$$Z_1 = \frac{8\pi V}{c^3} (k_B T)^3$$

como $Z = \frac{Z_1^N}{N!}$

$$Z = \frac{1}{N!} \left(\frac{8\pi V (k_B T)^3}{c^3} \right)^N$$

Z é divido por N! (peso de Boltzmann)

Para evitar que Z divirja quando N, V → ∞
e também porque é um gás clássico.

Q2)

b) $\mathcal{Z} = \sum_{N=0}^{\infty} z^N Z$

$z \equiv e^{\beta\mu}$ (fugacidade)

$$\mathcal{Z} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!}\left(\frac{8\pi V z}{\beta^3 c^3}\right)^N$$

abrindo este somatório, Temos

$$\mathcal{Z} = e^{\frac{8\pi V z}{\beta^3 c^3}}$$

$$\underline{\mathcal{Z} = e^{\frac{8\pi V e^{\beta\mu} (k_B T)^3}{c^3}}}$$

c) $U = -\frac{\partial}{\partial\beta} \ln \mathcal{Z}$

$$U = -\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{8\pi V z}{\beta^3 c^3}\right)$$

$$U = \frac{3 \times 8\pi V z}{\beta^4}$$

mas $N = z \frac{\partial}{\partial z}(\ln \mathcal{Z})$

$$N = \frac{8\pi V z}{\beta^3 c^3}$$

ass $U = \frac{3N}{\beta} \rightarrow \boxed{U = 3N k_B T}$

(Q2)

d)
$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T}$$

$$C_V = 3NK_BT$$

(Q3)

a)
$$H = \sum_{i=1}^{N} \epsilon n_i \quad (\text{Hamiltoniano})$$

Assim calculando Z, temos

$$Z = \sum \Omega e^{-\beta H}$$

$\Omega \rightarrow$ degenerescência ou multiplicidade

soma em todas as partículas

Esta soma se fatoriza

$$Z = \left\{ \sum_{n_1=1}^{N} \Omega(\epsilon) e^{-\beta \epsilon n_1} \right\} \cdots \left\{ \sum_{n_N=1}^{N} \Omega(\epsilon) e^{-\beta \epsilon n_N} \right\}$$

a degenerescência é n_i para cada nível ou partícula

assim

$$Z = \left\{ \sum_{n_1=1}^{N} n_1 e^{-\beta \epsilon n_1} \right\}^N$$

(Q_3) (07)

a)

fazendo $x = \beta \varepsilon$

$$Z = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \sum_{n_1=1}^{N} e^{-x n_1} \right\}^N$$

$$Z = \left\{ -\frac{\partial}{\partial x} \left[e^{-x} \frac{(e^{-xN} - 1)}{e^{-x} - 1} \right] \right\}^N \quad , x\ N \to \infty \ e\ x < 1$$

$$Z = \left\{ -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{e^{x} - 1} \right) \right\}^N$$

$$Z = \left(\frac{e^{\beta\epsilon}}{(e^{\beta\epsilon} - 1)^2} \right)^N$$

b) $$u = \frac{-1}{N} \frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$$

$$u = -\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\ln \left(\frac{e^{\beta\epsilon}}{(e^{\beta\epsilon} - 1)^2} \right) \right)$$

$$u = - \left[\frac{\partial}{\partial \beta}(\beta\epsilon) + \frac{\partial}{\partial \beta}\left(-\ln (e^{\beta\epsilon} - 1)^2\right) \right]$$

$$u = - \left[\epsilon - \frac{2\varepsilon e^{\beta\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} - 1} \right]$$

(Q3)

b) $$u = -\varepsilon + \frac{2\epsilon\, l^{\beta\epsilon}}{l^{\beta\epsilon} - 1} \times \frac{l^{-\beta\epsilon}}{l^{-\beta\epsilon}}$$

$$\boxed{u = -\varepsilon + \frac{2\epsilon}{1 - l^{-\beta\epsilon}}}$$